



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра фундаментальной физики и нанотехнологий

ОДОБРЕНО:

Руководитель ОП

(подпись) Л.И. Минеев

28 августа 2024 г.

Рабочая программа дисциплины
Теоретическая механика

| | |
|---|-------------------------------------|
| Уровень высшего образования: | бакалавриат |
| Квалификация выпускника: | бакалавр |
| Направление подготовки: | 03.03.02 Физика |
| Направленность (профиль) образовательной программы: | Фундаментальная и прикладная физика |



1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины является научить студентов Лагранжу и каноническому формализму теоретической механики и показать как они применяются к конкретным задачам. Научить студентов использовать эти формализмы, решая конкретные задачи. Полученные знания будут также использоваться в курсах «Квантовая механика» и «Термодинамика».

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Теоретическая механика» относится к обязательной части образовательной программы (Б1.О.25) в соответствии с направлением подготовки: 03.03.02 Физика. Для освоения дисциплины необходимо знание векторного и тензорного анализа, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и курса механики из цикла общая физика.

Для освоения данной дисциплины обучающийся должен:

Знать: механику из общей физики, математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, векторный и тензорный анализ.

Уметь: решать обыкновенные дифференциальные уравнения, в частности уравнения Ньютона, дифференцировать, вычислять интегралы, раскладывать функции в ряд Тейлора, оперировать векторами и тензорами.

Иметь практический опыт: техники вычислений, указанных в п. «Уметь».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

3.1. Компетенции, формированию которых способствует дисциплина

б) общепрофессиональные (ОПК):

ОПК-1 способность использовать в профессиональной деятельности базовые естественнонаучные знания, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук.

ОПК-2 способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей

3.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: Ньютонов, Лагранжев и канонический формализмы

Уметь: Решать задачи 6 типов: 1. Одномерное движение; 2. Составление уравнений Лагранжа; 3. Собственные частоты малых колебаний; 4. Центральное поле; 5. Скобки Пуассона; 6. Уравнение Гамильтона-Якоби.

Иметь навык: работы с математическим аппаратом теоретической механики.

4. Объем и содержание дисциплины

Объем дисциплины составляет 4 зачетных единиц (144 академических часов).

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и трудоемкостью занятий лекционно-семинарского типа

Объем иной контактной работы и самостоятельной работы обучающегося по дисциплине указан в учебном плане образовательной программы.



Основная профессиональная образовательная программа

03.03.02 Физика

(Фундаментальная и прикладная физика)

| № п/п | Разделы (темы) дисциплины | Семестр | Виды занятий, их объем (в ак. часах, по очной форме обучения) | | Формы текущего контроля успеваемости (по очной форме обучения) |
|----------|--|---------|---|-----------------------------------|---|
| | | | Занятия лекцион- ного типа | Занятия семинар- ского типа | Формы промежуточной аттестации |
| 1. | Три формализма теоретической механики. Основные понятия Лагранжева формализма. | 3 | 2 | 1 | Входная диагностика: тест с последующим обсуждением результатов. Список вопросов, интересующих студента по содержанию дисциплины (сдается в письменном виде) |
| 2. | Вариационный принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнения Лагранжа. | 3 | 2 | 1 | Опорный конспект Отчет |
| 3. | Принципы относительности Галилея. | 3 | 2 | 2 | |
| 4. | Построение функции Лагранжа. | 3 | 2 | 2 | |
| 5. | Одномерное движение | 3 | 2 | 1 | |
| 6. | Понятия интеграла движения. Теорема Нётер. Аддитивные законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса, центра масс. | 3 | 2 | 2 | |
| 7. | Составление уравнений Лагранжа. | 3 | 1 | 1 | |
| 8. | Малые колебания: свободные, затухающие, многомерные, вынужденные. | 3 | 1 | 1 | |
| 9. | Вычисление собственных частот малых колебаний. | 3 | 1 | 1 | |
| 10. | 1-я контрольная работа по темам: одномерное движение, составление уравнений Лагранжа, вычисление собственных частот малых колебаний. | 3 | 1 | 2 | 1-я контрольная работа |
| 11. | Центральное поле. Кеплеровы задачи. | 3 | 1 | 1 | |
| 12. | Движение в центральном поле. | 3 | 1 | 1 | |
| 13. | Понятия фазовых переменных, фазового пространства, фазовой траектории. | 3 | 2 | 2 | |
| 14. | Канонические уравнения | 3 | 2 | 2 | |
| 15. | Скобки Пуассона | 3 | 2 | 2 | |
| 16. | Вычисление скобок Пуассона | 3 | 2 | | |



| | | | | | |
|----------------------|---|---|----|----|------------------------|
| 17. | Вычисление скобок Пуассона | 3 | 1 | 1 | |
| 18. | Канонические преобразования | 3 | 2 | 2 | |
| 19. | Уравнения Гамильтона-Якоби. Разделение переменных. | 3 | 2 | 2 | |
| 20. | Решение канонических уравнений с помощью уравнения Гамильтона-Якоби. | 3 | 1 | 1 | |
| 21. | 2-я контрольная работа по темам: центральное поле, скобки Пуассона, метод уравнений Гамильтона-Якоби. | 3 | 2 | 2 | 2-я контрольная работа |
| 22. | Зачет | 3 | 2 | 2 | |
| Итого за семестр: | | | 36 | 32 | Экзамен |
| Итого по дисциплине: | | | 36 | 32 | |

4.2. Развернутое описание содержания дисциплины по разделам (темам)

1. Три формализма механики. Основные понятия Лагранжева формализма

Рассматриваются Ньютоновский, Лагранжев и канонический формализмы. Дается их геометрическое и аналитическое представление в трех мерном физическом, конфигурационном и фазовом пространстве соответственно. Даются основные понятия Лагранжева формализма: число степеней свободы, обобщенные координаты и скорости, функции Лагранжа, конфигурационного пространства, траекторий в конфигурационном пространстве.

2. Вариационный принцип наименьшего действия Гамильтона. Уравнение Лагранжа
Дается понятие действия и формулирующий принцип наименьшего действия Гамильтона. С его помощью выводятся уравнения Лагранжа. Перечисляются и доказываются свойства этих уравнений: 1. Инвариантность при умножении функции Лагранжа на постоянную. 2. Ковариантность уравнений Лагранжа при точечных преобразованиях. 3. Инвариантность уравнений Лагранжа при добавлении к функции Лагранжа градиента произвольной функции. 4. Аддитивность функции Лагранжа и распадение уравнений Лагранжа на несвязанные подсистемы для механической системы, состоящей из невзаимодействующих подсистем.

3. Принцип относительность Галилея

Вводится понятие инерциальной системы отсчета, как системы, в которой пространство однородно и изотропно. Показывается, что в этом случае скорость движения тела отсчета будет постоянной. Вводится преобразование Галилея в простейшем одномерном случае. Этот случай обобщается на произвольном преобразовании Галилея. Показывается что оно зависит от 10 параметров, что такие преобразования можно выполнять последовательно и соответствующая диаграмма для трех инерциальных систем отсчета будет коммутативной, а значит, преобразование Галилея образует 10-ти параметрическую группу, математически реализующую следующие симметрии: 1. Однородность времени. 2. Однородность пространства. 3. Изотропность пространства. 4. Эквивалентность механического движения в любой инерциальной системе отсчета.

4. Построение функции Лагранжа

Из принципа относительность Галилей выводится вид функции Лагранжа для свободного движения одной частицы. Эта функция совпадает с кинетической энергией частицы. Из свойства аддитивности функции Лагранжа для невзаимодействующих подсистем механической системы выводится вид функции Лагранжа для произвольного числа невзаимодействующих частиц. Эта функция есть сумма кинетических энергий отдаленных частиц. Вводится понятие потенциальной энергии и делается гипотеза, что функция Лагранжа взаимодействующих частиц есть разность



кинетической и потенциальной энергий. Эта гипотеза проверяется подстановкой этой функции Лагранжа в уравнение Лагранжа, которая дает уравнения Ньютона.

5. Одномерное движение

Показывается, что в случае системы с одной степенью свободы уравнения Лагранжа можно проинтегрировать в квадратурах при любой потенциальной энергии.

6. Понятие интеграла движения. Теорема Нётер. Аддитивные законы сохранения: энергии, импульса, момента импульса, центра масс.

Дается понятие интеграла движения и показывается, что механическая система с S степенями свободы имеет $2S$ интегралов движения. Показывается, что есть 10 аддитивных интегралов движения, которые можно найти, не интегрируя уравнение Лагранжа. Формулируется теорема Нётер для группы Галилей и показывается, что эти 10 аддитивных интегралов движения – следствие 10-ти симметрий пространства и времени. Энергия – следствие однородности времени. Импульс – однородность пространства. Момент импульса – изотропность пространства. Центр масс – эквивалентность инерциальных систем отсчета.

Используя теорему Нётер показывается из этих симметрий все эти 10 аддитивных интегралов движений. Дается понятие цилиндрической координаты и показывается что сопряженный с ней импульс – интеграл движения.

7. Составление уравнений Лагранжа

По принципу, изображающему механическую систему составляется уравнения Лагранжа. Студентам подробно показывается одна задача, а потом дается 5-6 задач для самостоятельного решения. Часть решается в аудитории, остальные – самостоятельно дома.

8. Малые колебания: свободные, затухающие, многомерные, возбужденные.

Показывается, что в простейшем случае одномерные малые колебания будут происходить в окрестности минимума потенциальной энергии. Выводятся из уравнений Лагранжа уравнения Ньютона. Вводится понятие собственной частоты и строится решение этого уравнения в трех формах: 1. Суперпозиции двух гармонических колебаний, 2. Одно гармоническое колебание. При этом вводится понятие амплитуды колебаний, фазы и начальной фазы. 3. Экспоненциальная комплексная форма. Вычисляется энергия одномерных колебаний. Вводится понятие о силе трения, как механической силе и понятие о диссипации механической энергии. Показано, что уравнение движения затухающих колебаний можно получить двумя способами в рамках Лагранжева формализма: 1. Вводя явную зависимость функции Лагранжа от времени без изменения уравнений Лагранжа. 2. Модифицирую уравнения Лагранжа вводя диссипативную функцию. Показывается, что уравнение затухающих колебаний меняется при инверсии времени. Это позволяет ввести стрелу времени. Рассматривается 5 стрел времени: 1. Термодинамическая. 2. Электромагнитная. 3. Космологическая. 4. Квантово-механическая. 5. Связаться с нарушением закона сохранения комбинированной четности.

Строится решение одномерного уравнения затухающих колебаний и показывается, что при сильном трении колебаний не будет – это случай аperiодического затухания, а при, слабом – уменьшается частота колебаний, а амплитуда экспоненциально стремится к нулю. Рассматриваются многомерные колебания. Показывается или в этом случае ввести диссипативную функцию и что, в силу положительной определенности этой функции, механическая энергия системы может только уменьшаться. Строится решение уравнений многомерных колебаний и дается алгоритм вычисления собственных частот таких колебаний. Получается, что без затухания собственной частоты – колебательные и вещественные числа. Рассматриваются вынужденные одномерные колебания. Показывается что в случае периодической гармонической вынуждающей силы возникает явление резонанса и амплитуда колебаний растет линейно со временем. С помощью интеграла Дюамеля строится решение уравнений вынужденных колебаний при произвольной зависимости вынуждающей силы от времени.



9. Вычисление собственных частот малых колебаний

Студентам подробно решается задача о вычислении собственных частот. После этого они получают 5-6 задач для самостоятельного решения. Часть этих задач решается в аудитории, а остальные – самостоятельно дома.

10. 1-я контрольная работа:

Студенты получают одну задачу из трех тем: 1. Одномерное движение. 2. Составление уравнений Лагранжа. 3. Вычисление собственных частот колебаний.

На решение задач дается 4 академических часа. При решении можно пользоваться конспектами и учебниками. Задача считается решенной, если она доведена до конца и решение не содержит ошибок. Зачтенная задача по 1-ой контрольной на зачете не дается.

11. Движение в центральном поле

Показывается как используя интегралы движения энергии и центра масс получить интеграл движения момента импульса. Из существования этого интеграла следует что движение в центральном поле – плоское, а значит число степеней свободы для двух взаимодействующих центрально частиц сокращается с 6-ти до 2-х. Используя интеграл движения энергии и момента импульса для произвольной потенциально энергии центрального поля строится решение уравнений движения в квадратурах. Эти квадратуры дают траекторию движения и зависимость радиальной координаты от времени. Рассматривается частный случай Кеплеровой задачи. Получается уравнение конических сечений, тип, которых определяется энергией частицы или эксцентриситетом этого сечения. Находится зависимость радиальной координаты от времени. В случае эксцентриситета из интеграла (0, 1) движения будет финитным. Из квадратур выводятся три закона Кеплера: 1. Каждая планета солнечной системы обращается по эллипсу. 2. Секториальная скорость сохраняется. 3. Кубы больших полуосей пропорциональны квадратам периодов обращения.

12. Движение в центральном поле

Студентам дается детальный анализ построения (решения) уравнений движений в центральном поле, если заданы массы частицы, потенциальная энергия и 4 начальных условия. После этого они получают 5-6 задач для самостоятельного решения. Часть этих задач решается в аудитории, а остальные – самостоятельно дома.

13. Понятие фазовых переменных, фазового пространства, фазовой траектории.

Вводится понятие импульса, сопряженного с обобщенной координатой как уравнений связи, позволяющих выразить обобщенную скорость через фазовые переменные – координаты и импульс, которые и есть фазовые или канонические переменные. Вводятся понятия 2S-мерного фазового пространства и геометрическое описание движения в нем – фазовой траектории. Составляются задачи этой траектории в параметрическом виде, где параметром служит время, и есть закон движения в каноническом формализме, т.е. зависимость фазовых переменных от времени и 2S начальных фазовых переменных. Дается понятие о необходимости канонического формализма для изучения в будущем дисциплины «Квантовая механика» и «Термодинамика».

14. Канонические уравнения

Вычисляется полный дифференциал от функции Лагранжа, получается функция Гамильтона – механическая энергия системы как функция фазовых переменных. Обсуждаются достоинства – уравнение 1-го порядка.

15. Скобки Пуассона

Из понятия интеграла движения произвольной функции фазовых производных и времени – вводятся понятие скобки Пуассона, образованной из функции Гамильтона и рассматриваемой функции. Вводятся понятия скобок Пуассона, образованной из 2-х произвольных функций фазовых переменных и времени. Формулируются и доказываются свойства скобок Пуассона, в том числе, тождеств Якоби и теоремы Пуассона, позволяющие по двум известным интегралам



движения строить новые без интегрирования уравнений движения. Эти свойства используются при вычислении скобок Пуассона.

16. Вычисление скобок Пуассона

Студентам вычисляются скобки Пуассона. После этого они получают 5-6 задач для самостоятельного решения. Часть этих задач решается в аудитории, а остальные – самостоятельно дома.

17. Инвариант Пуанкаре-Картана. Вариационный принцип для космологических моделей.

Рассматриваются действия как функция координат и времени. Вычисляются частные производные действия по времени и координатам. Показывается что это минус функции Гамильтона и импульса, сопряженные с обобщенными координатами. Зная эти производные можно построить полный дифференциал действия. Взяв от него интеграл по фазовой траектории получим действие для канонических уравнений – то есть инвариант Пуанкаре-Картана.

Формулируем принцип наименьшего действия для этого инварианта. Используя этого принцип получим канонические уравнения.

18. Канонические преобразования

Вводится понятие канонических преобразований, как, вообще говоря нестационарных преобразованиях фазовых переменных, относительно которых канонические уравнения ковариантны. Показывается как используя принцип наименьшего действия для канонических уравнений задать наименьшие преобразования с помощью производных функции. Рассматривая 4 таких производных функций, отличающихся набором старых и новых фазовых переменных.

19. Уравнение Гамильтона-Якоби. Разделение переменных.

Используя полученные ранее производные действия по времени и координатам и заменяя последние из них на импульс получают уравнения Гамильтона-Якоби. Вводится понятие об общем и полном интегралах этого уравнения. Показывается как зная полный интеграл уравнения Гамильтона-Якоби построить решение канонических уравнений. Показано, что в случае консервативной механической спирали время определяется от пространственных координат, действие линейно зависит от времени, причем константой разделения служит сохраняющаяся энергия. Вводятся понятия упрощенного уравнения Гамильтона-Якоби и упрощенного действия. Рассматриваются возможности отделения координат друг от друга, если есть цилиндрические координаты. Показывается, что константами разделения в этом случае служат сохраняющиеся импульсы, сопряженные с цилиндрическими координатами, а действие будет линейно зависимо от цилиндрических координат. Рассматривается более общий случай, когда две фазовые переменные – координаты и сопряженные с ней импульсы, входят в функцию Гамильтона в определенной комбинации. Строится алгоритм последовательного разделения переменных, а тем самым и построения полного интеграла Гамильтона-Якоби.

20. Решение канонических уравнений с помощью уравнений Гамильтона-Якоби.

Студентам подробно решается одна задача по построению решения канонических уравнений с помощью уравнения Гамильтона-Якоби. После этого они получают 5-6 задач для самостоятельного решения. Часть этих задач решается в аудитории, а остальные – самостоятельно дома.

21. 2-я контрольная работа:

Студенты получают одну задачу из трех тем: 1. Движение в центральном поле. 2. Скобки Пуассона. 3. Уравнение Гамильтона-Якоби.

На решение задач дается 4 академических часа. При решении можно пользоваться конспектами и учебниками. Задача зачитывается если она доведена до конца и решение не содержит ошибок. Зачтенная задача по 2-ой контрольной работе на зачете не дается.

22. Зачет:

Зачет ставится, если в течении семестра зачтены задачи по обеим контрольным работам. Не зачтенные задачи студент решает на зачете до тех, пор пока они не будут зачтены. Таким



образом, студент должен получить решение задачи по следующим 6-ти темам: 1. Одномерное движение. 2. Составление уравнений Лагранжа. 3. Вычисление собственных частот колебаний. 4. Движение в центральном поле. 5. Вычисление скобок Пуассона. 6. Решение канонических уравнений с помощью уравнения Гамильтона-Якоби.

5. Образовательные технологии

Курс теоретической механики читается уже несколько веков в стенах университетов. По нему написаны и изданы сотни самых разных учебников. Главной задачей при обучении этой дисциплине является научить студентов решать задачи. Поэтому никаких образовательных технологий кроме традиционных – лекции, семинары с показом образцов решения задач по всем темам, контрольных работ и зачета не нужно. Что касается информационных технологий, то единственное, что нужно – это найти электронную версию учебника Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц «Механика» в интернете, т.к. цена бумажной формы этой книги приближается к половине студенческой стипендии.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

1. Учебник Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц «Механика». М. Наука 1973 год или любые другие издания.
2. Конспекты лекций.
3. Задачи, которые составлены преподавателем и даются на семинарах.
4. Задачи из 6-ти типов по 2-м контрольным работам.

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

1-я контрольная работа:

Студенты получают одну задачу из трех тем: 1. Одномерное движение. 2. Составление уравнений Лагранжа. 3. Вычисление собственных частот колебаний.

На решение задач дается 4 академических часа. При решении можно пользоваться конспектами и учебниками. Задача считается решенной, если она доведена до конца и решение не содержит ошибок. Зачтенная задача по 1-ой контрольной на зачете не дается.

Студенты получают одну задачу из трех тем: 1. Движение в центральном поле. 2. Скобки Пуассона. 3. Уравнение Гамильтона-Якоби.

На решение задач дается 4 академических часа. При решении можно пользоваться конспектами и учебниками. Задача зачитывается если она доведена до конца и решение не содержит ошибок. Зачтенная задача по 2-ой контрольной работе на зачете не дается.

Зачет ставится, если в течении семестра зачтены задачи по обоим контрольным работам. Не зачтенные задачи студент решает на зачете до тех, пор пока они не будут зачтены. Таким образом, студент должен получить решение задачи по следующим 6-ти темам: 1. Одномерное движение. 2. Составление уравнений Лагранжа. 3. Вычисление собственных частот колебаний. 4. Движение в центральном поле. 5. Вычисление скобок Пуассона. 6. Решение канонических уравнений с помощью уравнения Гамильтона-Якоби.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. (Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц «Механика». М. Наука 1973.
2. Любые другие издания книги из п. 1.

Дополнительная учебная литература: Не нужна.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Электронная версия учебника из п. «Основная учебная литература».

Основная профессиональная образовательная программа

Система электронной поддержки образовательного процесса «Мой университет»
<https://uni.ivanovo.ac.ru>

Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru;

<http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/ebs-universitetskaya-biblioteka>

Электронная библиотека ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/polnotekstovye-resursy/elibnew>

Электронный каталог НБ ИвГУ <http://lib.ivanovo.ac.ru/index.php/ek>

Программное обеспечение: операционная система Microsoft Windows, пакет офисных программ Microsoft Office и(или) LibreOffice, интернет-браузер Microsoft Edge и(или) Yandex Browser.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории:

- для проведения занятий лекционного типа с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории;

- для проведения занятий семинарского типа, консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации с комплектом специализированной учебной мебели и техническими средствами обучения;

Помещение для самостоятельной работы, оснащенное комплектом специализированной учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в ЭИОС.

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: доцент кафедры фундаментальной физики и нанотехнологий канд. техн. наук Железнов А.Г.

Программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры фундаментальной физики и нанотехнологий « 28 » августа 2024 г., протокол № 1

Программа обновлена

протокол заседания кафедры № 1 от « 28 » августа 2025 г.

Согласовано:

Руководитель ОП _____ Л.И. Минеев